MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORM VARIATĂ (M.R.U.V.)
EXERCIȚII

$a = const$

$v \neq const \rightarrow$ VITEZA VARIAZĂ UNIFORM

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a \cdot (t - t_0)^2}{2}}$$ LEGEA MIȘCĂRII RECTILINII UNIFORM VARIATE

$$\boxed{v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)}$$ LEGEA VARIAȚIEI VITEZEI

$$\boxed{v_m = \frac{v_0 + v}{2}}$$ VITEZA MEDIE ÎN MRUV.

$$\boxed{v^2(x) = v^2(x_0) + 2 \cdot a \cdot (x - x_0)}$$ FORMULA LUI GALILEI

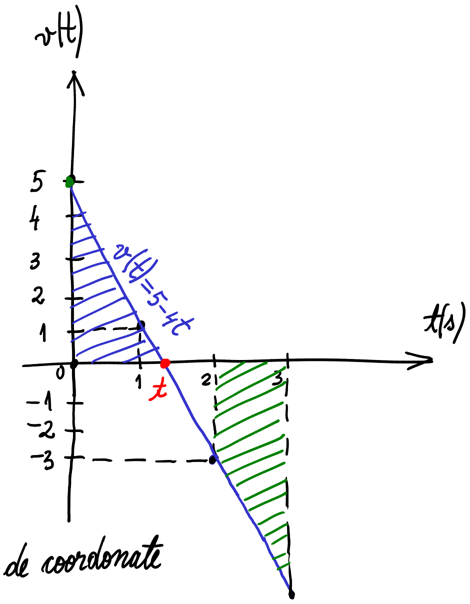
1) Legea de mișcare a unui mobil este $x(t) = 3+5t-2t^2$. Să se afle:

a) ecuația vitezei și să se reprezinte grafic

$$x(t) = 3+5t-2t^2$$
$$x(t) = x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$$

$\Longrightarrow$ $x_0 = 3m$, $v_0 = 5\frac{m}{s}$, $a = -4\frac{m}{s^2}$

$$v(t) = v_0+a\cdot t$$
$$\boxed{v(t) = 5-4t}$$
$$v(0) = 5$$
$$v(1) = 1$$
$$v(2) = -3$$



b) ce reprezintă fizic intersecțiile curbei vitezei cu axele de coordonate

Intersecția dreptei graficului vitezei v(t) cu axa OY este punctul $(0,5)$ $\xRightarrow{\text{reprezintă}}$ momentul inițial și viteza inițială

Intersecția dreptei graficului vitezei v(t) cu axa OX este punctul $(t,0)$ $\xRightarrow{\text{reprezintă}}$ momentul când viteza devine zero

$$v(t) = 5-4t = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{4}s$$

c) ce reprezintă fizic aria cuprinsă între curba vitezei, axa timpului și axa vitezei

Aria hașurată cu albastru reprezintă distanța parcursă de mobil în timpul t în care viteza scade de la $5\frac{m}{s}$ la $0\frac{m}{s}$.

$$A_{\Delta} = d = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{5\cdot\frac{5}{4}}{2} = 3{,}125\,m$$

d) distanța parcursă în a treia secundă de la începutul mișcării

$t \in (2,3)$

Aria hașurată cu verde reprezintă distanța parcursă de mobil în intervalul de timp $t \in (2,3)$

$$A_{\square} = \frac{(b+B)\cdot h}{2} = \frac{v(2)+v(3)}{2}\cdot(3s-2s)$$
$$= \frac{3+7}{2}\cdot 1 = 5m$$

(2) Un mobil se mișcă uniform variat din originea axei Ox cu viteza inițială $v_0 = 20\,m/s$ la $t_0 = 0\,s$. Prin punctul de abscisă $x = 150\,m$ mobilul trece la momentul t cu viteza $v = -10\,m/s$. Să se afle:

a) accelerația mobilului

$v_0 = 20\,m/s$, $x_0 = 0\,m$
$v = -10\,m/s$, $x = 150\,m$

$$v^2 = v_0^2 + 2\cdot a\cdot(x - x_0) \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{(-10)^2 - 20^2}{2\cdot(150-0)} = \frac{-300}{300} = -1\,\frac{m}{s^2}$$

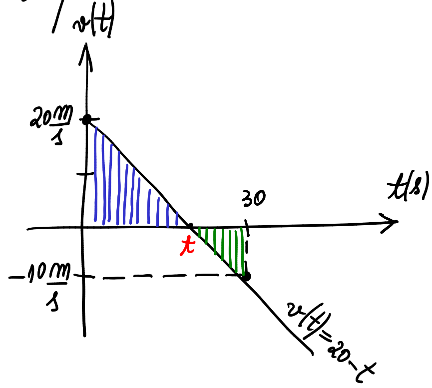
b) momentul de timp la care mobilul trece prin punctul de coordonată x

$$v = v_0 + a\cdot t$$
$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{-10 - 20}{-1} = 30\,s$$

c) viteza medie a mobilului în intervalul de timp $(0, t)$

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{20 + (-10)}{2} = 5\,\frac{m}{s}$$

d) distanța parcursă de mobil în intervalul de timp $(0, 30\,s)$



$v(t) = 0$
$20 - t = 0$
$\Rightarrow t = 20\,s$

Distanța parcursă în sensul pozitiv al axei Ox este $d = A_\triangle = \frac{c_1 c_2}{2} = \frac{20\cdot 20}{2} = 200\,m$. Apoi mobilul se oprește.
Distanța parcursă în sensul negativ al axei Ox este $d = A_\triangle = \frac{c_1\cdot c_2}{2} = \frac{10\cdot 10}{2} = 50\,m$

e) viteza în modul medie a mobilului în intervalul de timp $(0, 30\,s)$

$$v_m = \frac{d_{totală}}{t_{total}} = \frac{250\,m}{30\,s} = 8{,}33\,\frac{m}{s}$$

f) viteza medie a mobilului în intervalul de timp $(0, 30\,s)$

$$v_m = \frac{x_f - x_i}{t} = \frac{150\,m}{30\,s} = 5\,\frac{m}{s}$$

③ Un automobil pornind din repaus, $v_0 = 0\frac{m}{s}$, atinge în mișcare uniform accelerată viteza $v_1 = 18\frac{km}{h}$ după ce a parcurs $d_1 = 10m$. Să se afle:

a) timpul după care automobilul ajunge la v_1

$v_1 = 18\frac{km}{h} = \frac{18 \cdot 1000m}{3600s} = 5\frac{m}{s}$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2\cdot(x_1 - x_0)\cdot a \quad (\text{Galilei})$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2\cdot d_1} = \frac{5^2 - 0^2}{2\cdot 10} = 1{,}25\frac{m}{s^2}$$

$$v_1 = v_0 + a\cdot t \quad (\text{legea variației vitezei})$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_1 - v_0}{a} = \frac{5-0}{1{,}25} = 4s$$

b) distanța parcursă din momentul pornirii până în momentul în care a atins $v_2 = 72\frac{km}{h}$

$v_2 = 72\frac{km}{h} = \frac{72 \cdot 1000m}{3600s} = 20\frac{m}{s}$

$$v_2^2 = v_0^2 + 2\cdot(x_2 - x_0)\cdot a$$

$$\Rightarrow x_2 - x_0 = \frac{v_2^2 - v_0^2}{2a}$$

$$d_2 = \frac{20^2 - 0^2}{2\cdot 1{,}25} = 160m$$

c) viteza medie a mobilului după ce acesta parcurge distanța $d_3 = 40m$

$$v_m = \frac{v_0 + v_3}{2}$$

$$v_3^2 = v_0^2 + 2\cdot a\cdot(x_3 - x_0)$$

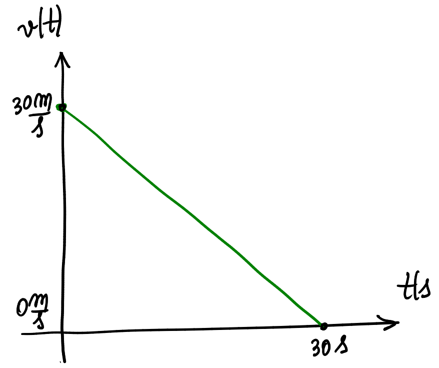
$$\Rightarrow v_m = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2a\cdot d_3}}{2} = \frac{\sqrt{2ad_3}}{2} = \frac{\sqrt{2\cdot 1{,}25\cdot 40}}{2} = 5\frac{m}{s}$$

4) Un tren electric se mișcă cu viteza $v_0 = 108\frac{km}{h}$. În urma unei pene de curent electric, trenul se oprește într-un interval de timp $\Delta t = 30s$. Să se afle:

a) accelerația trenului

b) distanța parcursă

c) viteza medie până la oprire



$v_0 = 108\frac{km}{h} = \frac{108 \cdot 1000m}{3600s} = 30\frac{m}{s}$

$\Delta t = 30s$

---

a) $a = ?$

b) $d = ?$

c) $v_m = ?$

a) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-30\frac{m}{s}}{30s} = -1\frac{m}{s^2}$

b) $d = A_{\Delta} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450\,m$

c) $v_m = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0+30}{2} = 15\frac{m}{s}$

5) O sanie coboară liber uniform accelerat pe un deal cu lungimea $l = 60m$ într-un timp $t = 10s$.
Să se afle:

a) accelerația cu care coboară sania dealul

b) viteza pe care o are sania la baza dealului

c) distanța parcursă în virtutea inerției, dacă mișcarea saniei se continuă pe un plan orizontal cu accelerația $a_1 = -9\frac{m}{s^2}$

$l = 60m$

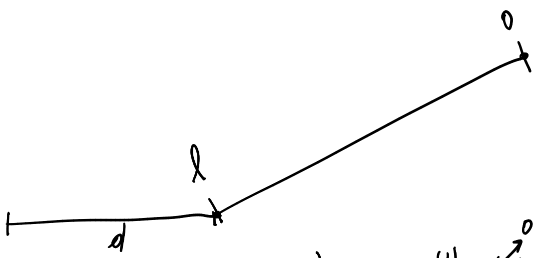
$t = 10s$

---

a) $a = ?$

b) $v = ?$

c) $d = ?$



a) $x(t) = \cancelto{0}{x_0} + \cancelto{0}{v_0}t + \frac{at^2}{2}$

$l = \frac{a t^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2l}{t^2} = \frac{2 \cdot 60}{10^2} = 1{,}2\frac{m}{s^2}$

b) $v(t) = v_0 + a \cdot t$

$v = a \cdot t = 1{,}2 \cdot 10 = 12\frac{m}{s}$

c) $0^2 = v^2 + 2 \cdot a_1 d$

$\Rightarrow d = \frac{0^2 - v^2}{2a_1} = \frac{-12^2}{2 \cdot (-9)} = 8m$

(6)

Un mobil pornește uniform accelerat cu viteza inițială $v_0 = 4 m/s$ și ajunge în punctul de abscisă $x = 400 m$ după un timp $t = 40 s$.
Să se afle:

a) accelerația mobilului
b) viteza mobilului la momentul de timp t
c) viteza medie când mobilul se află în punctul de abscisă $x_1 = 93{,}75 m$

$v_0 = 4 m/s$
$x = 400 m$
$t = 40 s$

a) $a = ?$
b) $v = ?$
c) $v_m = ?$, $x_1 = 93{,}75 m$

a)
$$x(t) = x_0 + v_0 t + a\frac{t^2}{2}$$
$$x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$
$$\Rightarrow a = \frac{(x - v_0 t)\cdot 2}{t^2} = \frac{(400 - 4\cdot 40)\cdot 2}{40^2} = 0{,}3 \, m/s^2$$

b)
$$v(t) = v_0 + a\cdot t$$
$$v = 4 + 0{,}3\cdot 40 = 16 \frac{m}{s}$$

c)
$$v_m = \frac{v_0 + v_1}{2}$$
$$v_1^2 = v_0^2 + 2\cdot a\cdot (x_1 - x_0)$$
$$\Rightarrow v_m = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2ax_1}}{2} = \frac{4 + \sqrt{4^2 + 2\cdot 0{,}3\cdot 93{,}75}}{2} = 6{,}25 \frac{m}{s}$$

(7) În urma străpungerii unui blindaj, viteza unui proiectil scade de la valoarea $v_0=500\,m/s$ la valoarea $v=300\,m/s$ dacă grosimea stratului de blindaj este $d=0{,}2\,m$. Să se afle:

a) accelerația cu care se mișcă proiectilul în blindaj

b) timpul în care proiectilul la străpuns blindajul

c) grosimea maximă a stratului de blindaj pe care-l poate străpunge proiectilul

$v_0 = 500\,m/s$

$v = 300\,m/s$

$d = 0{,}2\,m$

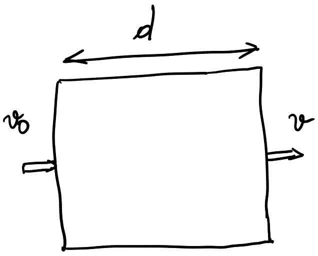
---

a) $a = ?$

b) $t = ?$

c) $D = ?$

a)



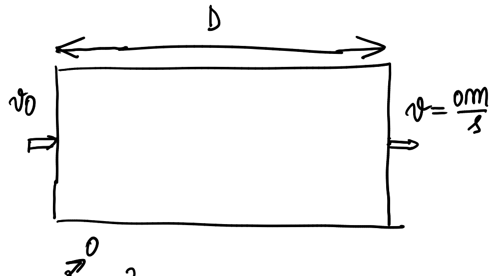
$$v^2 = v_0^2 + 2a\cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2d} = \frac{300^2 - 500^2}{2\cdot 0{,}2} = -400000\,\frac{m}{s^2}$$

b) $v = v_0 + a\cdot t$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{300-500}{-400000} = 0{,}0005\,s = 0{,}5\,ms$$

c)



$$\overset{0}{\cancel{v^2}} = v_0^2 + 2\cdot a\cdot D$$

$$\Rightarrow D = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-500^2}{2\cdot(-400000)} = 0{,}3125\,m$$

$D = 31{,}25\,cm$

8) Un corp frânează uniform cu accelerația $a = 0{,}5\, m/s^2$ pornind la momentul inițial cu viteza $v_0 = 10\, m/s$. Să se afle:

a) distanța parcursă de corp până la oprire și timpul după care se oprește acesta

b) distanța parcursă după $t = 5s$ de la începerea mișcării

c) distanța parcursă de corp în a patra secundă de la începerea mișcării

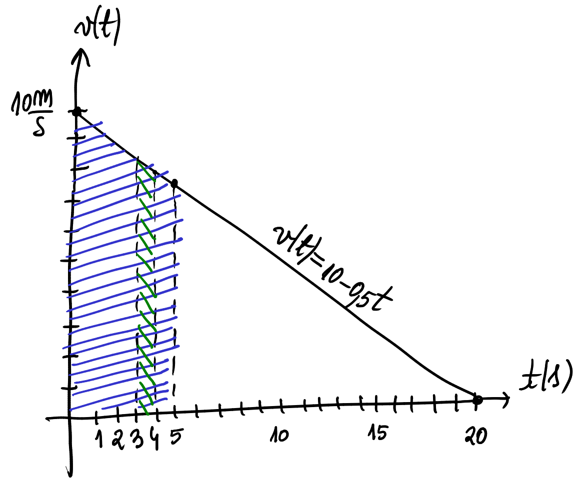
$a = -0{,}5\, m/s^2$
$v_0 = 10\, m/s$

a) $d_{op} = ?$
b) $d = ?,\ \Delta t = 5s$
c) $d = ?,\ t \in (3,4)s$

a) $v(t) = v_0 + a \cdot t$

$\boxed{v = 10 - 0{,}5t}$

$v(0) = 10$
$v(2) = 9$
$v(4) = 8$
$v(6) = 7$
$v(20) = 0$



sau Galilei: $\cancel{v^2} = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d_{op}$

$d_{op} = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-10^2}{2 \cdot (-0{,}5)} = 100\, m$

$d_{op} = A_{\triangle} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100\, m$

b) $v(5) = 10 - 0{,}5 \cdot 5 = 7{,}5\, \frac{m}{s}$

$d = A_{\square} = \frac{v(0) + v(5)}{2} \cdot \Delta t = \frac{10 + 7{,}5}{2} \cdot 5 = 43{,}75\, m$

sau $d = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(7{,}5)^2 - (10)^2}{2 \cdot (-0{,}5)} = 43{,}75\, m$

c) $v(3) = 10 - 0{,}5 \cdot 3 = 8{,}5\, \frac{m}{s}$

$v(4) = 10 - 0{,}5 \cdot 4 = 8\, \frac{m}{s}$

$d = A_{\square} = \frac{v(3) + v(4)}{2} \cdot 1s = \frac{8{,}5 + 8}{2} \cdot 1 = 8{,}25\, m$

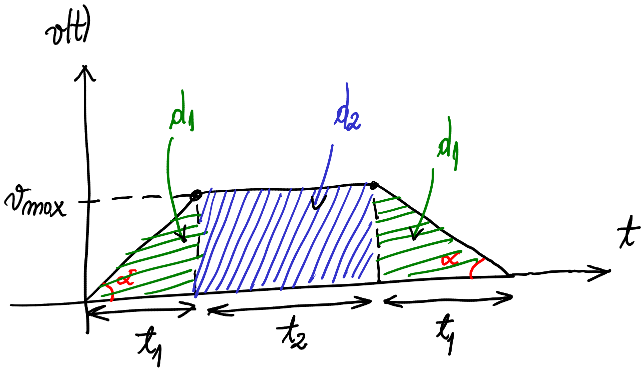
sau $d = \frac{v^2(4) - v^2(3)}{2a} = \frac{8^2 - 8{,}5^2}{2 \cdot (-0{,}5)} = 8{,}25\, m$

(9) Metroul parcurge distanța dintre două stații succesive în timpul $t = 2\,min$. Dacă accelerația inițială este egală cu modulul accelerației finale, $a = 1\,m/s^2$ și viteza maximă la care ajunge trenul este $v_{max} = 108\,\frac{km}{h}$ să se afle:

a) distanța pe care accelerează trenul
b) distanța parcursă de metrou în mod uniform
c) distanța dintre cele două stații

$t = 2\,min$
$a = 1\,m/s^2$
$v_{max} = 108\,\frac{km}{h} = 108 \cdot \frac{1000\,m}{3600\,s} = 30\,\frac{m}{s}$

a) $d_1 = ?$
b) $d_2 = ?$
c) $d = ?$



$$d_1 = A_\Delta = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{v_{max} \cdot t_1}{2}$$

$$d_2 = A_\square = L \cdot l = v_{max} \cdot t_2$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{max} - 0}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{v_{max}}{a} = \frac{30\,\frac{m}{s}}{1\,\frac{m}{s^2}} = 30\,s$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450\,m$$

$$d_2 = v_{max} \cdot (t - 2t_1) = 30 \cdot (120 - 2 \cdot 30) = 1800\,m$$

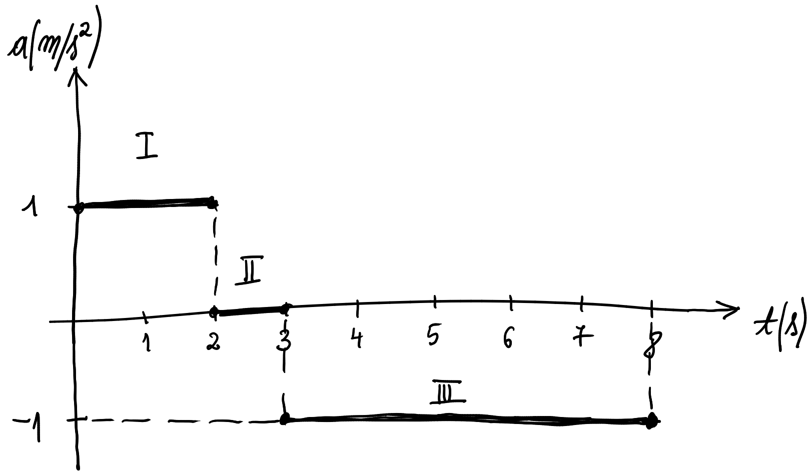
$$d = 2d_1 + d_2 = 900 + 1800 = 2700\,m$$

(10) Graficul din figura alăturată reprezintă dependența accelerației unui mobil care pornește din repaus. Să se afle:

a) dependența vitezei în funcție de timp pe întreg parcursul mișcării

b) coordonata finală a mobilului

c) distanța parcursă de mobil în decursul mișcării



a)

I: $a_I = 1\ m/s^2$

$v_I(t) = \cancel{v_0}^{\,0} + a_I \cdot t$

$v_I(t) = t$

$v_I(0) = 0\ \frac{m}{s}$

$v_I(2) = 2\ \frac{m}{s}$

II: $a_{II} = 0\ m/s^2$

$v_{II} = const = 2\ \frac{m}{s}$

$\Delta t = 1s$

III: $a_{III} = -1\ m/s^2$

$v_{III}(t) = v_0 + a_{III}(t - t_0)$

$v_{III}(t) = 2 - (t-3)$

$v_{III}(3) = 2\ \frac{m}{s}$

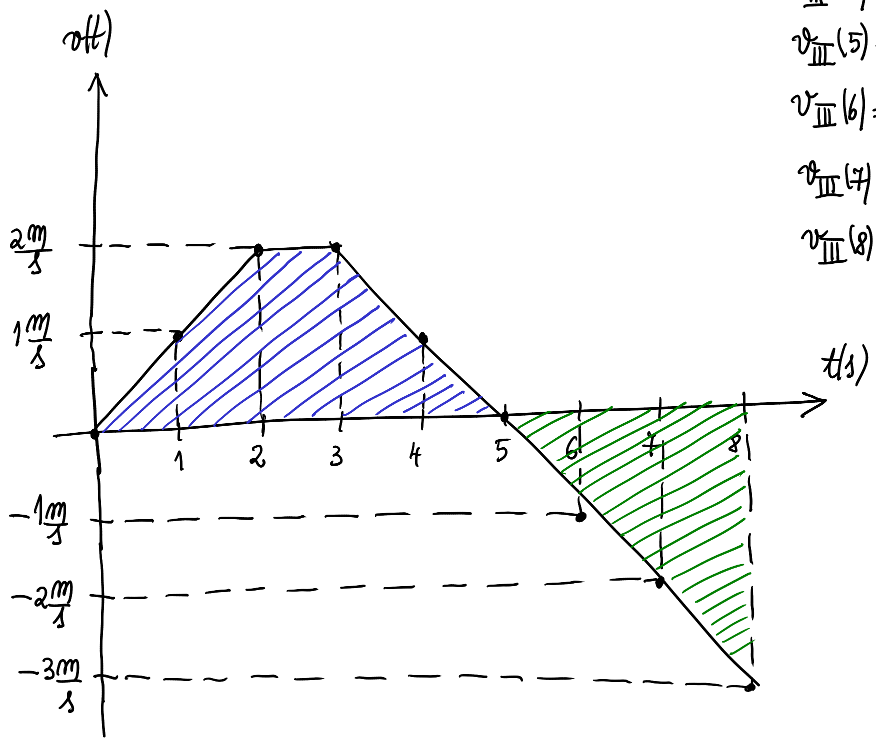
$v_{III}(4) = 1\ \frac{m}{s}$

$v_{III}(5) = 0\ \frac{m}{s}$

$v_{III}(6) = -1\ \frac{m}{s}$

$v_{III}(7) = -2\ \frac{m}{s}$

$v_{III}(8) = -3\ \frac{m}{s}$



b) $x = d_1 - d_2 = \left(\frac{b+B}{2}\right) \cdot h - \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \left(\frac{1+5}{2}\right) \cdot 2 - \frac{3 \cdot 3}{2} = 6 - 4{,}5 = 1{,}5\ m$

c) $d = d_1 + d_2 = 6 + 4{,}5 = 10{,}5\ m$

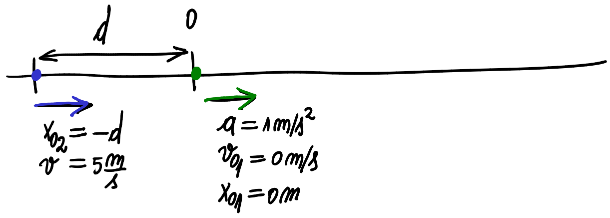
(11) O mașină pornește de la stop cu accelerația $a = 1\,m/s^2$. În același moment în spatele stopului la $d = 8m$, se află o altă mașină în mișcare rectilinie și uniformă cu viteza $v = 5\frac{m}{s}$. Să se afle:

a) momentele de timp la care se întâlnesc mașinile și să se interpreteze rezultatul
b) distanța măsurată de la stop la care se întâlnesc mașinile
c) valoarea vitezei relative cu care se depășesc mașinile

$a = 1\,m/s^2$
$v_0 = 0\,m/s$
$d = 8m$
$v = 5\frac{m}{s}$

a) $t_î = ?$
b) $x_î = ?$
c) $v_{rel} = ?$

a)



$$\begin{cases} x_1(t) = x_{01} + v_{01}\cdot t + \frac{at^2}{2} \\ x_1(t) = \frac{t^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2(t) = x_{02} + v\cdot t \\ x_2(t) = -8 + 5t \end{cases}$$

Întâlnirea se produce când $x_1(t) = x_2(t)$

$$\frac{t^2}{2} = 5t - 8$$

$$\frac{t^2}{2} - 5t + 8 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 8}}{\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}} \Rightarrow \begin{matrix} t_1 = 2s \\ t_2 = 8s \end{matrix}$$

Mașina ce are o mișcare uniformă o prinde din urmă pe cea care pleacă accelerat de la stop. Apoi, mașina care se mișcă accelerat o prinde din urmă pe cea care se mișcă uniform.

b)

$$x_1(2s) = \frac{2^2}{2} = 2m$$

$$x_1(8s) = \frac{8^2}{2} = 32\,m$$

c)

$$v_1(t) = v_{01} + a\cdot t$$

$$v_1(2) = 2\frac{m}{s} \Rightarrow v_{rel} = v - v_1 = 3\frac{m}{s}$$

$$v_1(8) = 8\frac{m}{s} \Rightarrow v_{rel} = v_1 - v = 3\frac{m}{s}$$

(12) Două mașini trec prin dreptul unui stop în mișcare rectilinie astfel: prima uniform accelerat cu $a=2m/s^2$ și viteza inițială $v_0=5m/s$, iar a doua uniform cu $v=15m/s$, dar cu o întârziere $\Delta t=1s$ față de prima. Să se afle:

a) momentele de timp la care se întâlnesc mașinile și să se interpreteze rezultatul

b) distanța măsurată de la stop la care se întâlnesc mașinile

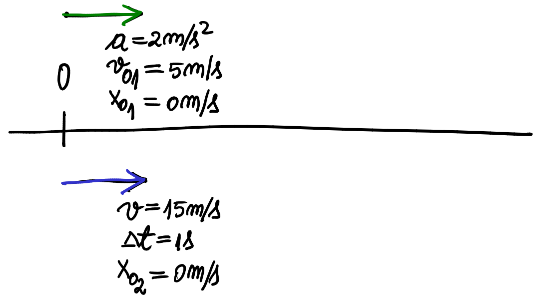
c) după ce interval de timp trebuie să treacă prin dreptul stopului mașina a doua pentru a se întâlni o singură dată

$a=2m/s^2$
$v_{0_1}=5m/s$
$v=15m/s$, $\Delta t=1s$

---

a) $t_î=?$
b) $x_î=?$
c) $\Delta t'=?$

a)



$$\begin{cases} x_1(t)=\cancel{x_{0_1}}^{0}+v_{0_1}t+\frac{at^2}{2} \\ x_1(t)=5t+t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2(t)=\cancel{x_{0_2}}^{0}+v\cdot(t-t_0) \\ x_2(t)=15\cdot(t-1) \end{cases}$$

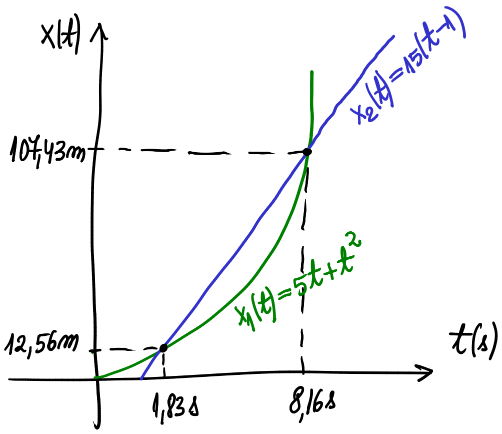
Întâlnirea se produce când $x_1(t)=x_2(t)$

$$5t+t^2=15(t-1)$$

$$15-10t+t^2=0$$

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{10\pm\sqrt{100-4\cdot15\cdot1}}{2} \Rightarrow \begin{matrix} t_1=1{,}83s \\ t_2=8{,}16s \end{matrix}$$

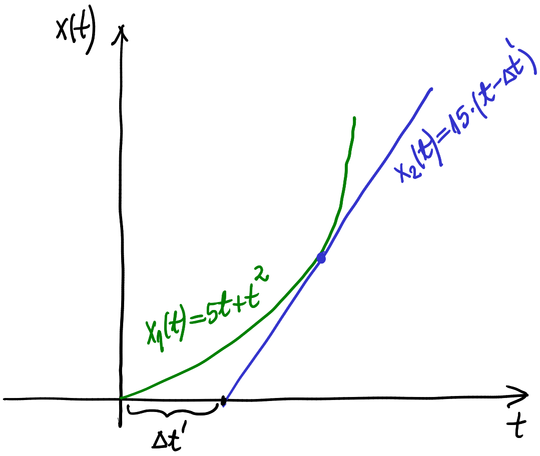
Mașinile se întâlnesc de două ori. Prima dată la $t_1=1{,}83s$ când mașina care se mișcă uniform o prinde din urmă pe cea care se mișcă accelerat. A doua dată la $t_2=8{,}16s$ când mașina care se mișcă accelerat o depășește pe cea care se mișcă uniform.



b) $x_1(1{,}83)=x_2(1{,}83)=12{,}56m$

$x_1(8{,}16)=x_2(8{,}16)=107{,}43m$

c)



$x_1(t)=5t+t^2$
$x_2(t)=15\cdot(t-\Delta t')$

Pentru ca mobilele să se întâlnească o singură dată trebuie ca ecuația $5t+t^2=15(t-\Delta t')$ să aibe o singură soluție $\Rightarrow \Delta=0$

$$15\Delta t'-10t+t^2=0$$

$$\Delta=\sqrt{b^2-4ac}=\sqrt{100-4\cdot15\Delta t'\cdot1}=0$$

$$\Rightarrow 4\cdot15\cdot\Delta t'=100 \Rightarrow \Delta t'=1{,}67s$$

(13) O piatră cade liber de la înălțimea $h = 80\,m$. Să se afle:

a) timpul de coborâre

b) viteza cu care atinge piatra solul

c) spațiul parcurs în ultima secundă de cădere

$h = 80\,m$

$v_0 = 0\,m/s$

---

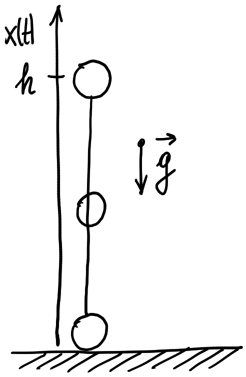
a) $t_c = ?$

b) $v_{max} = ?$

c) $s = ?$

$g = 10\,\frac{m}{s}$

a)



$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$\Rightarrow x(t) = h - \frac{gt^2}{2}$

$\begin{cases} x_0 = h \\ v_0 = 0\,\frac{m}{s} \\ a = -g \end{cases}$

!Obs g este în sensul negativ al axei verticale Ox

$x(t_c) = h - \frac{gt_c^2}{2} = 0\,m$

$\Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = 4\,s$

b)

$v(t) = v_0 + a \cdot t$

$v(t) = g \cdot t$

$v(t_c) = g \cdot t_c = v_{max} \Rightarrow v_{max} = 10 \cdot 4 = 40\,\frac{m}{s}$

c)

$t \in (3, 4)\,s$

$x(t) = h - \frac{g \cdot t^2}{2}$

$x(t) = 80 - 5t^2$

$\left.\begin{array}{l} x(3) = 80 - 5 \cdot 3^2 = 35\,m \\ x(4) = 80 - 5 \cdot 4^2 = 0\,m \end{array}\right\} s = x(3) - x(4) = 35 - 0 = 35\,m$

(14) Un corp cade liber de la înălțimea $h = 2000\,m$. Să se afle:

a) intervalul de timp în care sunt parcurși ultimii $h_1 = 720\,m$

b) spațiul parcurs în a doua secundă de cădere

$h = 2000\,m$

$v_0 = 0\,\frac{m}{s}$

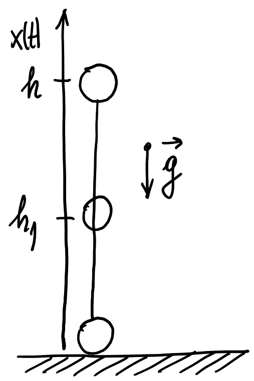
---

a) $\Delta t = ?,\ h_1 = 720\,m$

b) $s = ?,\ t \in (1,2)\,s$

$g = 10\,\frac{m}{s}$

a)

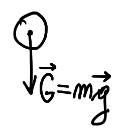


$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$\Rightarrow\ x(t) = h - \frac{gt^2}{2}$$

$$\begin{cases} x_0 = h \\ v_0 = 0\,\frac{m}{s} \\ a = -g \end{cases}$$

! Obs: g este în sensul negativ al axei verticale Ox



$$\boxed{x(t) = 2000 - 5t^2}$$

$$h_1 = 2000 - 5 \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2000-720}{5}} = 16\,s$$

$$0 = 2000 - 5 \cdot t_c^2 \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2000-0}{5}} = 20\,s$$

$$\Delta t = t_c - t_1 = 20 - 16 = 4\,s$$

b)

$$x(t) = 2000 - 5t^2$$

$$x(1) = 2000 - 5 \cdot 1^2 = 1995\,m$$

$$x(2) = 2000 - 5 \cdot 2^2 = 1980\,m$$

$$s = x(1) - x(2) = 1995 - 1980 = 15\,m$$

(15) Un mobil este aruncat vertical în sus de la sol cu viteza inițială $v_0 = 35\,m/s$. Neglijăm forțele de frecare cu aerul.

Să se afle:

a) înălțimea maximă la care urcă corpul

b) timpul după care corpul se întoarce pe Pământ

c) distanța parcursă de corp în secunda a patra de mișcare

$x_0 = 0\,\frac{m}{s}$

$v_0 = 35\,m/s$

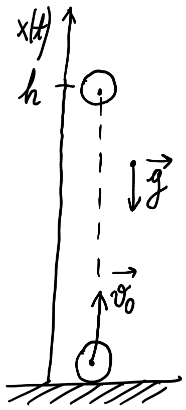
---

a) $h = ?$

b) $t = ?$

c) $s = ?$ $t \in (3,4)$

a)



$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$\boxed{x(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}}$$

$$v(t) = v_0 + a t$$

$$\boxed{v(t) = v_0 - g t}$$

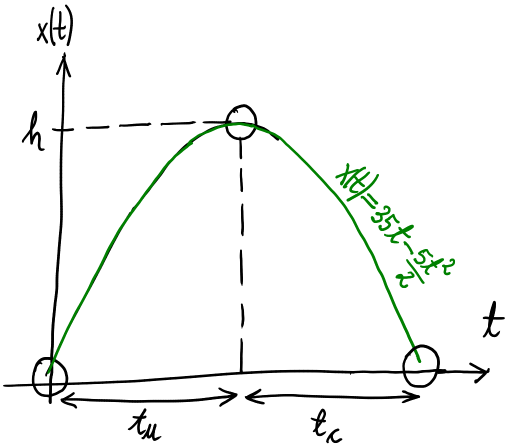
$$\Rightarrow v(t_u) = v_0 - g \cdot t_u = 0 \Rightarrow t_u = \frac{v_0}{g} = \frac{35\frac{m}{s}}{10\frac{m}{s}} = 3{,}5\,s$$

timpul de urcare, $t_u = 3{,}5\,s$

$$x(t_u) = 35 t_u - 5 t_u^2 = 61{,}25\,m$$

înălțimea maximă, $h = 61{,}25\,m$

b)



Din simetrie timpul de urcare este egal cu timpul de coborâre.

$$t = t_u + t_c = 2 \cdot t_u = 7\,s$$

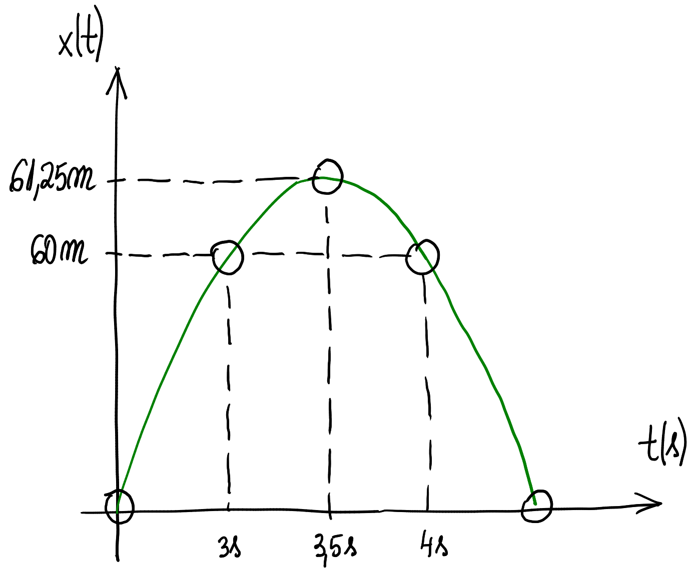
c)

$$x(t) = 35t - 5t^2$$

$$x(3) = 35 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 60\,m$$

$$x(4) = 35 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 60\,m$$

$$s = 1{,}25\,m \cdot 2 = 2{,}5\,m$$



(16) Un corp este aruncat vertical în sus de la sol și revine pe Pământ după $\Delta t = 6s$ din momentul aruncării. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:

a) viteza inițială a corpului

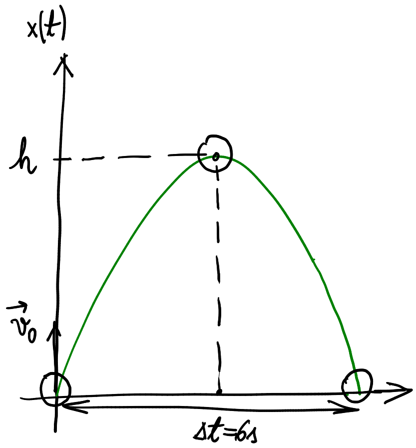
b) înălțimea maximă la care a urcat corpul

$\Delta t = 6s$

a) $v_0 = ?$

b) $h = ?$

a)



$v(t) = v_0 + a \cdot t$

$\boxed{v(t) = v_0 - g \cdot t}$

$v(t_u) = v_0 - g \cdot t_u = 0$

$v_0 = g \cdot t_u = g \cdot \frac{\Delta t}{2}$

$\Rightarrow v_0 = 10 \cdot \frac{6}{2} = 30 \frac{m}{s}$

b)

$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$x(t) = 30t - 5t^2$

$h = x(3) = 30 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 45m$

(17) Un mobil este aruncat pe verticală în sus cu viteza inițială $v_0 = 40 m/s$. Se neglijează frecările.
Să se afle:

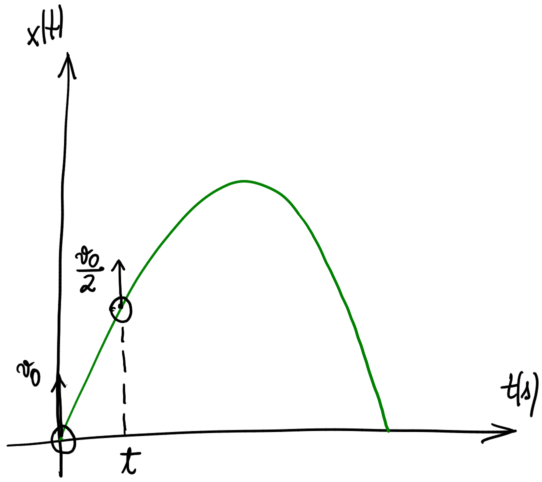
a) momentul de timp la care viteza mobilului este jumătate din cea inițială
b) distanța parcursă de mobil până în momentul calculat la punctul a)
c) distanța parcursă de mobil în a treia secundă de lansare

$v_0 = 40 m/s$

---

a) $t = ?$, $v(t) = \frac{v_0}{2}$
b) $s = ?$
c) $s = ?$, $t \in (2,3) s$

a)



$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$
$$\boxed{v(t) = v_0 - g \cdot t}$$
$$\frac{v_0}{2} = v_0 - g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0}{2g} = \frac{40}{2 \cdot 10} = 2 s$$

b)
$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$
$$x(t) = 40t - 5t^2$$
$$\Rightarrow x(2) = 40 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 60 m \Rightarrow s = 60 m$$

c)
$$x(t) = 40t - 5t^2$$
$$x(2) = 40 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 60 m$$
$$x(3) = 40 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 75 m$$
$$\Rightarrow s = x(3) - x(2) = 75 - 60 = 15 m$$

18. Un om se află pe o platformă orizontală și vede un corp întorcându-se prin fața lui după un timp $\Delta t_1 = 2s$, măsurat din momentul urcării. Un al doilea om este situat mai jos decât primul, pe o altă platformă orizontală și vede același corp coborând prin fața lui după un timp $\Delta t_2 = 6s$ măsurat din momentul urcării. Se neglijează frecarea cu aerul.

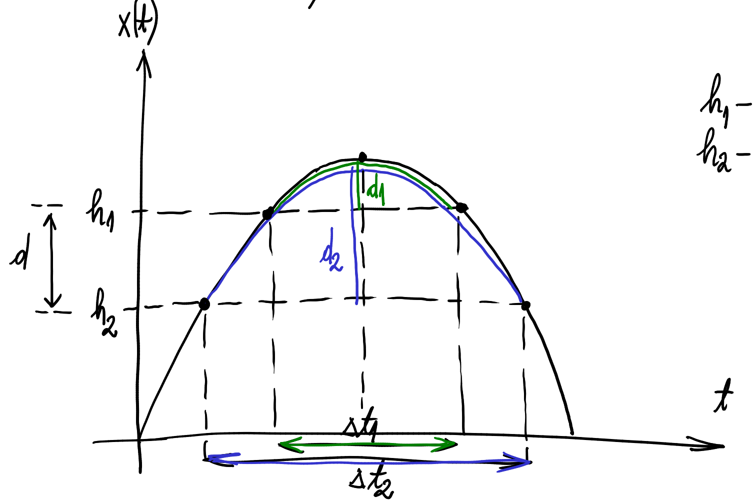
Să se afle:

a) viteza cu care trece corpul prin fața omului aflat pe platforma superioară

b) distanța dintre platforma inferioară și cea superioară

$\Delta t_1 = 2s$
$\Delta t_2 = 6s$

a) $v_1 = ?$
b) $d = ?$



h_1 – înălțimea platformei superioare
h_2 – înălțimea platformei inferioare

a) $v_0 = 0\,m/s$ în maximul parabolei

în cădere $\Rightarrow$ $v(t) = v_0 + g \cdot t$

$$v_1 = v_0 + g \cdot \left(\frac{\Delta t_1}{2}\right) = 0 + 10 \cdot 1 = 10\,m/s$$

b) $v_0 = 0\,m/s$ în maximul parabolei

în cădere $\Rightarrow$

$$d_1 = \cancel{x_0}^{0} + \cancel{v_0}^{0} \cdot \left(\frac{\Delta t_1}{2}\right) - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{\Delta t_1}{2}\right)^2$$

$$d_2 = \cancel{x_0}^{0} + \cancel{v_0}^{0} \left(\frac{\Delta t_2}{2}\right) - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{\Delta t_2}{2}\right)^2$$

$$h_1 - h_2 = d_2 - d_1 = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{\Delta t_2}{2}\right)^2 - \frac{g}{2}\left(\frac{\Delta t_1}{2}\right)^2$$

$$h_1 - h_2 = 5 \cdot 3^2 - 5 \cdot 1^2$$

$$h_1 - h_2 = 40m$$

(19) Un circar aruncă o bilă vertical în sus cu viteza $v_{0_1} = 10 m/s$. După un interval de timp egal cu $\Delta t = 1s$ circarul aruncă din același punct o a doua bilă tot vertical în sus cu viteza $v_{0_2} = 20 m/s$. Neglijăm forțele de frecare cu aerul.
Să se afle:
a) momentul de timp măsurat din momentul aruncării primei bile la care se întâlnesc bilele
b) distanța față de punctul de lansare la care se întâlnesc bilele
c) intervalul de timp care desparte sosirea bilelor în punctul de lansare
d) care sunt limitele permise ale intervalului de timp pentru ca cele două bile să se întâlnească în aer deasupra punctului de lansare, dacă bila a doua este lansată cu $v_{0_2} = 5 m/s$

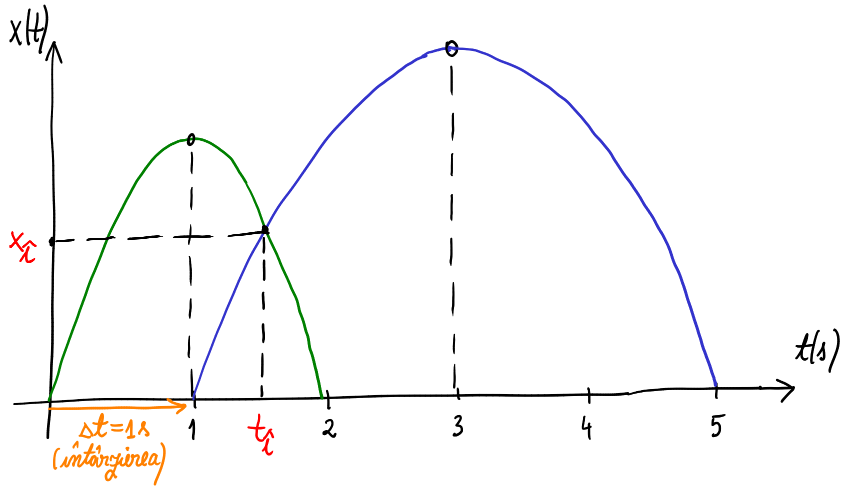
$v_{0_1} = 10 m/s$
$v_{0_2} = 20 m/s$
$\Delta t = 1s$

a) $t_î = ?$
b) $x_î = ?$
c) $\Delta t_{sosire} = ?$
d) $\Delta t_{permis} = ?$, $v_{0_2} = 5 m/s$

a) $\begin{cases} v_1(t) = v_{0_1} + a \cdot t \\ \boxed{v_1(t) = 10 - 10t} \end{cases}$ $\Rightarrow t_u = 1s$, $t_c = 1s$

$\begin{cases} v_2(t) = v_{0_2} + a \cdot t \\ \boxed{v_2(t) = 20 - 10t} \end{cases}$ $\Rightarrow t_u = 2s$, $t_c = 2s$

! Obs A doua bilă este decalată temporal cu $\Delta t = 1s$



$x_1(t) = x_{0_1} + v_{0_1} t + \frac{at^2}{2}$
$x_1(t) = 10t - 5t^2$

$x_2(t) = x_{0_2} + v_{0_2} t + \frac{at^2}{2}$
$x_2(t) = 20(t-1) - 5(t-1)^2$

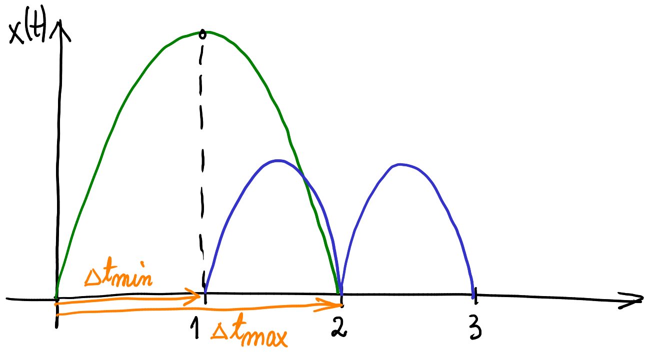
Întâlnirea bilelor se produce când $x_1(t) = x_2(t)$

$$10t - 5t^2 = 20(t-1) - 5 \cdot (t-1)^2$$
$$\cancel{10t} \cancel{-5t^2} = 20t - 20 \cancel{-5t^2} + \cancel{10t} - 5$$
$$25 = 20t$$
$$\Rightarrow t_î = \frac{25}{20} = 1{,}25 s$$

b) $\Rightarrow x_î = x_1(t_î) = x_2(t_î) = 10 \cdot \frac{5}{4} - 5\left(\frac{5}{4}\right)^2 = 4{,}68 m$

c) Din grafic $\Delta t_{sosire} = 5s - 2s = 3s$

d) $v_2(t) = v_{0_2} + a \cdot t$
$\boxed{v_2(t) = 5 - 10t}$
$\Rightarrow t_u = 0{,}5s$
$t_c = 0{,}5s$



$\Delta t_{min} = 1s$, întârzierea minimă
$\Delta t_{max} = 2s$, întârzierea maximă
$\Rightarrow \Delta t_{permis} \in [1, 2] s$

(20) De la înălțimea $h = 40m$ față de sol se aruncă vertical în sus un corp cu viteza $v_0 = 10m/s$. Neglijăm forțele de frecare. Să se afle:

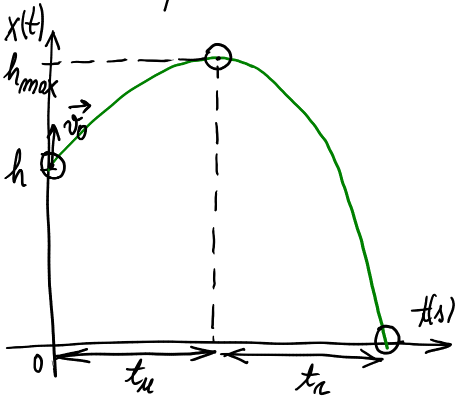
a) timpul după care corpul ajunge la sol

b) intervalul de timp după care trebuie lăsat liber din același punct un al doilea corp astfel încât cele două corpuri să ajungă simultan la sol

c) vitezele cu care ajung cele două corpuri la sol

$h = 40m$
$v_0 = 10m/s$

a) $\Delta t = ?$
b) $\Delta t_î = ?$
c) $v_1, v_2 = ?$



În urcare: $v(t) = v_0 + a \cdot t$
$v(t) = v_0 - g \cdot t$
$v(t_u) = 10 - 10 \cdot t_u = 0 \Rightarrow t_u = 1s$

Galilei: $0^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (h_{max} - h)$
$h_{max} - h = \frac{-v_0^2}{2g} = \frac{-10^2}{-2 \cdot 10} = 5m$
$\Rightarrow h_{max} = 45m$

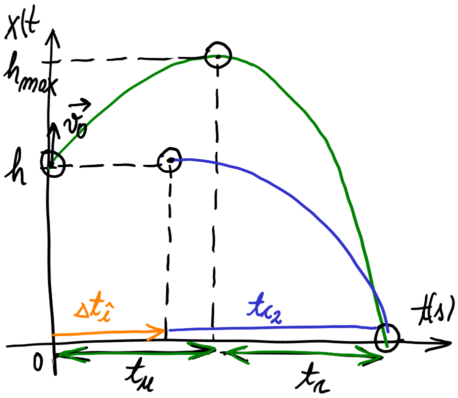
În coborâre: Galilei: $v_{max_1}^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot h_{max}$
$v_{max_1} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{max}} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 45} = 30m/s$
$\Rightarrow v_1 = 30m/s$

legea variației vitezei: $v(t) = v_0 + a \cdot t$
$v_{max_1} = v(t_c) = g \cdot t_c$
$\Rightarrow t_c = \frac{v_{max_1}}{g} = \frac{30 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s^2}} = 3s \Rightarrow \Delta t = t_u + t_c = 1s + 3s = 4s$

sau

$x_1(t) = h + v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$
$0 = h + v_0 \cdot \Delta t - \frac{g \Delta t^2}{2}$
$0 = 40 + 10 \cdot \Delta t - 5 \Delta t^2$
$\Delta t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 40 \cdot (-5)}}{2 \cdot (-5)}$
$\Delta t_{1,2} < \begin{matrix} 4s \\ -2s \end{matrix} \Rightarrow \Delta t = 4s$

b)



$\Delta t_{întârziere} = (t_u + t_c) - t_{c_2}$
$x_2(t) = h - \frac{g \cdot t^2}{2}$
$x_2(t_{c_2}) = 40 - 5 \cdot t_{c_2}^2 = 0$
$\Rightarrow t_{c_2} = 2\sqrt{2}\,s \Rightarrow \Delta t_î = 4s - 2\sqrt{2}s = 1{,}17s$

c) $v_1 = 30m/s$
$v_2 = \cancel{v_0}^{0} + a \cdot t = g \cdot t_{c_2} = 10 \cdot 2\sqrt{2} = 28{,}28 \frac{m}{s}$

(21) Un copil împinge cu viteza $v_0 = 1\,m/s$, o carte aflată pe o masă cu înălțimea $h = 80\,cm$. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:

a) traiectoria corpului $y(x) = ?$

b) timpul în care ajunge cartea la sol

c) distanța unde cade cartea pe podea față de marginea mesei

$v_0 = 1\,m/s$

$h = 80\,cm$

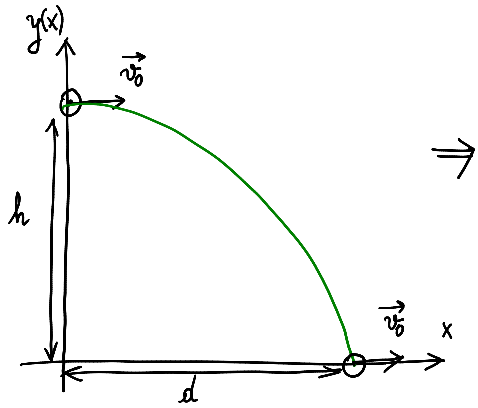
---

a) $y(x) = ?$

b) $t_c = ?$

c) $d = ?$

a)



Corpul este supus la două mișcări în același timp:

$\Rightarrow \begin{cases} \text{MRU pe axa Ox cu viteza constantă} \\ \text{MRUV pe axa Oy cu viteză variabilă } \left(g = 10\,\frac{m}{s^2}\right) \end{cases}$

$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{at^2}{2}$

$\boxed{y(t) = h - \frac{gt^2}{2}}$ (2)

$v_y(t) = gt$

$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t$

$\boxed{x(t) = v_0 t}$ (1)

$v_x(t) = v_0 = const$

din (1) $\Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$

Înlocuind t în $y(t)$ obținem $y(x)$ $\Rightarrow$

$$y = h - \frac{g \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2}{2}$$

$$y = h - \frac{g x^2}{2v_0^2}$$

$$\boxed{y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} x^2}$$ ecuația traiectoriei $\Rightarrow$ PARABOLĂ

$$\boxed{y(x) = 0{,}8 - 5x^2}$$

b) $y(t_c) = h - \frac{g \cdot t_c^2}{2} = 0$

$\Rightarrow 0{,}8 - 5t_c^2 = 0$

$t_c = \sqrt{\frac{0{,}8}{5}} = 0{,}4\,s$

c) $d = x(t_c) = v_0 \cdot t_c = 1 \cdot 0{,}4 = 0{,}4\,m$

(22) O piatră este aruncată pe orizontală cu viteza $v_0 = 15\,m/s$ de pe acoperișul unui bloc și cade pe sol sub unghiul $\alpha = 60°$ față de orizontală. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:

a) timpul de mișcare al pietrei și înălțimea blocului

b) viteza cu care ajunge piatra la sol

c) distanța față de bloc unde cade piatra

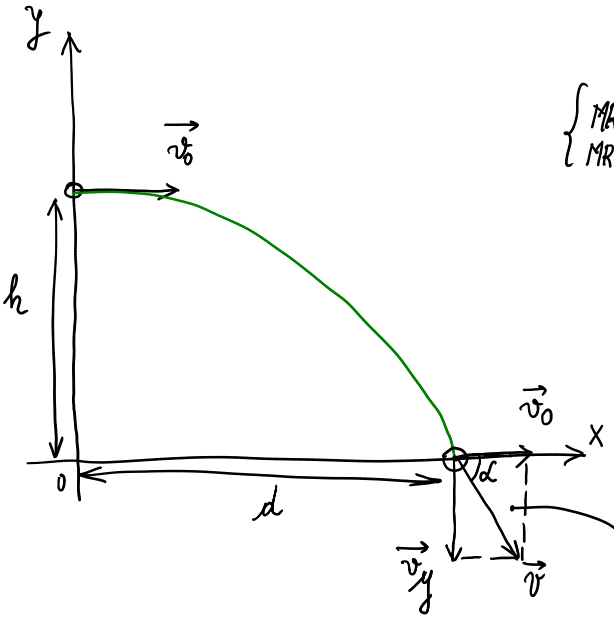
$v_0 = 15\,m/s$

$\alpha = 60°$

a) $t_c = ?$, $h = ?$

b) $v = ?$

c) $d = ?$



Corpul este supus la două mișcări în același timp:

$\begin{cases} \text{MRU pe axa Ox cu viteză constantă} \\ \text{MRUV pe axa Oy cu viteză variabilă } \left(g = 10\frac{m}{s^2}\right) \end{cases}$

$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{at^2}{2}$ $\quad$ $x(t) = x_0 + v_{0x}\cdot t$

$\boxed{y(t) = h - \frac{gt^2}{2}}$ (2) $\quad$ $\boxed{x(t) = v_0 \cdot t}$ (1)

$v_y(t) = gt$ $\quad$ $v_x(t) = v_0 = const$

$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{v_0}{v} \Rightarrow v = \frac{v_0}{\cos\alpha} = \frac{15}{\frac{1}{2}} = 30\,\frac{m}{s} \text{ b)} \\ v_y = \sqrt{v^2 - v_0^2} = \sqrt{30^2 - 15^2} = 15\sqrt{3}\,\frac{m}{s} \end{cases}$

legea variației vitezei pe Oy: $v_y(t) = g\cdot t$

$v_y(t_c) = g\cdot t_c = 15\sqrt{3}$

$\Rightarrow t_c = \frac{15\sqrt{3}}{10} = 1{,}5\cdot\sqrt{3} = 2{,}59\,s$

Galilei pe Oy: $v_y^2 = 0^2 + 2\cdot a\cdot h$

$\Rightarrow h = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{15^2\cdot 3}{2\cdot 10} = 33{,}75\,m$

b) $v = \frac{v_0}{\cos\alpha} = \frac{15}{\frac{1}{2}} = 30\,\frac{m}{s}$

c) $d = v_0 \cdot t_c = 15 \cdot 2{,}59 = 38{,}97\,m$

(23) Se aruncă de pe Pământ sub un unghi $\alpha = 60^\circ$ un corp cu viteza $v_0 = 10\sqrt{3}$ m/s. Să se afle, dacă neglijăm efectul forțelor de frecare cu aerul:

a) traiectoria pietrei

b) bătaia – distanța la care lovește piatra Pământul măsurată din punctul de aruncare

c) înălțimea maximă la care urcă piatra

d) valoarea vitezei pietrei la momentul $t = 1$s

$v_0 = 10\sqrt{3}$ m/s

$\alpha = 60^\circ$

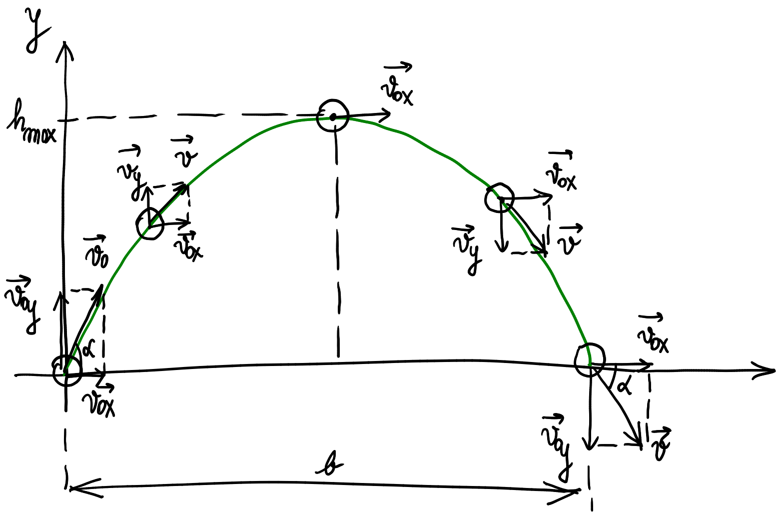
a) $y(x) = ?$

b) $b = ?$

c) $h_{max} = ?$

d) $v(t=1s) = ?$

a)



$v_{ox} = v_0 \cos\alpha$

$v_{oy} = v_0 \sin\alpha$

MRU pe Ox $\Rightarrow$ $x(t) = v_{ox} \cdot t$

$\boxed{x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t}$ (1)

$v_{ox} = \text{const.}$

MRUV pe Oy $\Rightarrow$ $y(t) = y_0 + v_{oy} t + \frac{at^2}{2}$

$\boxed{y(t) = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}}$ (2)

$v_y = v_{oy} + a \cdot t$

$\boxed{v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt}$ (3)

din (1) $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ și îl înlocuim în (2)

$$\Rightarrow \quad y = v_0 \sin\alpha \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) - g \cdot \frac{\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{y(x) = x \cdot tg\,\alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2}$$

$$y(x) = x \cdot \sqrt{3} - \frac{\cancel{10}}{2 \cdot 10^{\cancel{2}} \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2} \cdot x^2$$

$$\boxed{y(x) = \sqrt{3} \cdot x - \frac{1}{15} x^2}$$ ecuația traiectoriei $\Rightarrow$ PARABOLĂ

b) bătaia $b = ?$

$v_y(t_u) = v_0 \sin\alpha - g \cdot t_u = 0$

$10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 \cdot t_u = 0$

$\Rightarrow t_u = 1{,}5$ s

din simetrie $t_c = 1{,}5$ s

$$\Rightarrow b = v_{ox} \cdot (t_u + t_c) = v_0 \cos\alpha \,(t_u + t_c) = 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 15\sqrt{3} = 25{,}98 m$$

c) $h_{max} = ?$

Galilei pe Oy $\quad 0^2 = (v_0 \sin\alpha)^2 - 2g \cdot h_{max} \Rightarrow h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{10^{\cancel{2}} \cdot 3 \cdot \frac{3}{4}}{2 \cdot \cancel{10}} = 11{,}25 m$

d)

$$\left.\begin{aligned} v_y(t=1s) &= v_0 \sin\alpha - g \cdot t = 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 \cdot 1 = 5 \frac{m}{s} \\ v_x(t=1s) &= v_{ox} = v_0 \cos\alpha = 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 5\sqrt{3} \frac{m}{s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{5^2 + 5^2 \cdot 3} = 5 \cdot 2 = 10 \frac{m}{s}$$

(24) Doi copii cu înălțimea de $h=1{,}2\,m$ fiecare se joacă cu mingea aruncând-o unul altuia. Știind că mingea zboară de la un copil la altul, să se afle, dacă neglijăm frecarea cu aerul:

a) înălțimea maximă măsurată față de sol atinsă de minge în timpul jocului, dacă mingea zboară de la un copil la altul timp de $t=2s$

b) distanța maximă la care se pot afla copiii, dacă viteza cu care este aruncată inițial mingea este $v_0=10\,m/s$ și unghiul sub care trebuie aruncată mingea

c) timpul de zbor al mingii în condițiile punctului b)

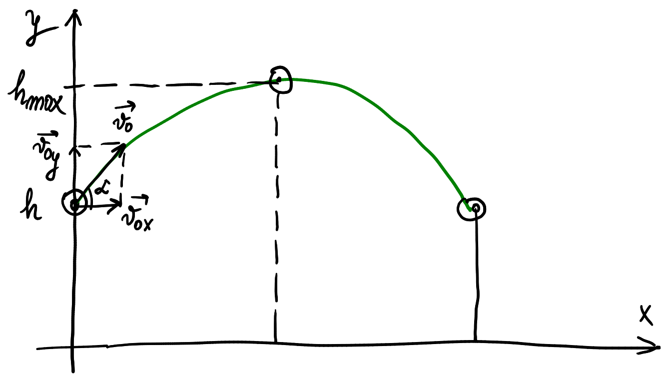
$h=1{,}2\,m$

a) $h_{max}=?$, $t_u+t_c=2\,s$

b) $v_0=10\,m/s$, $d_{max}=?$, $\alpha=?$

c) $t_u+t_c=?$ în condițiile b

a)



$v_{ox}=v_0\cos\alpha$
$v_{oy}=v_0\sin\alpha$

$$\begin{cases} x(t)=v_{ox}\cdot t \\ x(t)=v_0\cos\alpha\cdot t \end{cases} \qquad \begin{cases} y(t)=h+v_{oy}t+\dfrac{at^2}{2} \\ y(t)=h+v_0\sin\alpha\, t-\dfrac{g}{2}t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow h_{max}=y(t_u)=h+v_0\sin\alpha\cdot t_u-\frac{g\cdot t_u^2}{2}, \quad t_u=t_c=1s$$

$$h_{max}=1{,}2+v_0\sin\alpha-5$$

din legea variației vitezei pe Oy:

$$\begin{cases} v_y(t)=v_{oy}+a\cdot t \\ v_y(t)=v_0\sin\alpha-g\cdot t \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_y(t_u)=0=v_0\sin\alpha-g\cdot t_u \Rightarrow v_0\sin\alpha=g\cdot t_u=10\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow h_{max}=1{,}2+10-5=6{,}2\,m$$

b) $x(t)=v_0\cos\alpha\cdot t$
$y(t)=v_0\sin\alpha\cdot t-\dfrac{gt^2}{2}$

$$d=b=v_{ox}\cdot(2\cdot t_u)=v_0\cos\alpha\cdot 2\cdot\frac{v_0\sin\alpha}{g} \Rightarrow b=\frac{v_0^2\, 2\sin\alpha\cos\alpha}{g}=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \boxed{b=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}}$$

$0=v_{oy}-g\cdot t_u$
$\Rightarrow t_u=\dfrac{v_0\sin\alpha}{g}$

$b\to b_{max} \Leftrightarrow \sin 2\alpha=1$, $\alpha=45^\circ$

$$\Rightarrow b=\frac{v_0^2}{g}=\frac{10^2}{10}=10\,m$$

c) $t_u=\dfrac{v_0\sin\alpha}{g}=\dfrac{\cancel{10}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\cancel{10}}\,s$

$t=2t_u=\sqrt{2}=1{,}41\,s$

(25) Din vârful unui stâlp cu înălțimea $h = 10m$ își ia zborul orizontal o pasăre cu viteza $v_1 = 14,05 m/s$. Concomitent un copil lansează din imediata vecinătate a solului o piatră spre pasăre cu viteza inițială $v_2 = 30 m/s$ sub unghiul $\alpha = 30^\circ$ față de orizontală. Să se afle:

a) momentele de timp după care piatra poate lovi pasărea

b) distanțele de la care trebuie aruncată piatra, măsurate de la baza stâlpului

c) vitezele pietrei când aceasta lovește pasărea

$h = 10m$

$v_1 = 14,05 m/s$

$v_2 = 30 m/s$

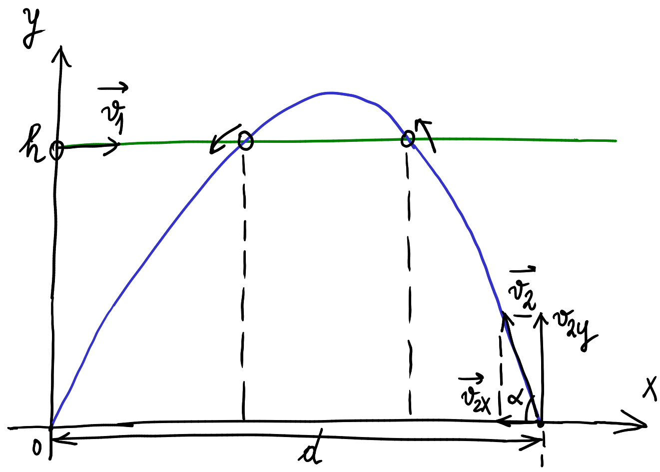
$\alpha = 30^\circ$

---

a) $t_1 = ?$

b) $d = ?$

c) $v = ?$



$v_{2x} = v_2 \cos\alpha$

$v_{2y} = v_2 \sin\alpha$

$$\begin{cases} x_1(t) = v_1 \cdot t \\ y_1 = h \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2(t) = x_{0_2} + v_{2x} \cdot t \\ x_2(t) = d - v_2 \cos\alpha \cdot t \\ y_2(t) = y_{0_2} + v_{2y} \cdot t + \dfrac{at^2}{2} \\ y_2(t) = v_2 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Întâlnirea se produce când $\begin{cases} x_1(t) = x_2(t) \\ y_1(t) = y_2(t) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v_1 \cdot t = d - v_2 \cos\alpha \cdot t \\ h = v_2 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$

$$10 = 30 \cdot \frac{1}{2} \cdot t - 5t^2$$

$$10 = 15t - 5t^2$$

$$10 - 15t + 5t^2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 10 \cdot 5}}{2 \cdot 5}$$

$t_1 = 1s$ (momentul când piatra în urcare lovește pasărea)

$t_2 = 2s$ (momentul când piatra în coborâre lovește pasărea)

b) $d = v_1 \cdot t + v_2 \cos\alpha \cdot t$

$$d_1 = 14,05 \cdot 1 + 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = 40,03 m$$

$$d_2 = 14,05 \cdot 2 + 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 80,06 m$$

c) $v_{2x} = v_2 \cos\alpha = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \frac{m}{s}$

$v_{2y_1} = v_{2y} - g t_1 = 30 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot 1 = 5 \frac{m}{s} \Longrightarrow v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y_1}^2} = \sqrt{15^2 \cdot 3 + 5^2} = 26,45 m/s$

$v_{2y_2} = v_{2y} - g \cdot t_2 = 30 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot 2 = -5 \frac{m}{s} \Longrightarrow v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y_2}^2} = \sqrt{15^2 \cdot 3 + (-5)^2} = 26,45 m/s$